

Тема: Вычисление вероятностей и нахождение характеристик НСВ.

Цель работы: Отработать умения и навыки вычислять числовые характеристики НСВ.

Необходимый теоретический материал:

*Математическое ожидание* непрерывной случайной величины  $X$ , возможные значения которой принадлежат всей оси  $Ox$ , определяется равенством

$$M(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x) dx,$$

где  $p(x)$  — плотность распределения случайной величины  $X$ . Предполагается, что интеграл сходится абсолютно. В частности, если все возможные значения принадлежат интервалу  $(a; b)$ , то  $M(X) = \int_a^b xp(x) dx$ .

*Дисперсия* непрерывной случайной величины  $X$ , возможные значения которой принадлежат всей оси  $Ox$  определяется равенством

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - M(X)]^2 p(x) dx,$$

если интеграл сходится, или равносильным равенством

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 p(x) dx - [M(X)]^2.$$

В частности, если все возможные значения  $X$  принадлежат интервалу  $(a; b)$ , то

$$D(X) = \int_a^b [x - M(X)]^2 p(x) dx,$$

или

$$D(X) = \int_a^b x^2 p(x) dx - [M(X)]^2.$$

Все свойства математического ожидания и дисперсии для дискретных случайных величин справедливы и для непрерывных величин.

*Среднее квадратическое отклонение* непрерывной случайной величины определяется равенством

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}.$$

*Модой*  $M_0(X)$  непрерывной случайной величины  $X$  называется ее наиболее вероятное значение (для которого плотность вероятности  $p(x)$  достигает максимума).

*Медианой*  $M_e(X)$  непрерывной случайной величины  $X$  называется такое ее значение, для которого

$$P(X < M_e(X)) = P(X > M_e(X)) = \frac{1}{2}.$$

## Задания:

### Вариант-1

№1. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ :

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{2}, & 0 < x \leq \sqrt{2} \\ 1, & x > \sqrt{2} \end{cases}$$

Найти плотность вероятности  $p(x)$ , математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

№2. Случайная величина  $X$  имеет плотность вероятностей :  $P(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3)^2}{32}}, -\infty < x < \infty$ .

Найти  $M(X)$ ,  $D(X)$ .

№3. Непрерывная случайная величина распределена по закону:  $p(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ 4e^{-4x} & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$

Найти математическое ожидание величины, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

№4. Случайная величина  $X$  имеет плотность вероятностей :  $P(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & x \in [1,4), \\ 0, & x \notin [1,4) \end{cases}$ .

Найти математическое ожидание величины, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

№5. Случайная величина  $X$  имеет плотность вероятностей :  $P(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & x \in [2,6), \\ 0, & x \notin [2,6) \end{cases}$

Найдите вероятность попадания случайной величины  $X$  в полуинтервал  $[2,5)$ .

---

### Вариант-2

№1. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ :

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{1}{4}x^2, & 0 \leq x < 2; \\ 1, & x \geq 2. \end{cases}$$

Найти плотность вероятности  $p(x)$ , математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

№2. Случайная величина  $X$  имеет плотность вероятностей :  $P(x) = \frac{1}{6\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-2)^2}{72}}, -\infty < x < \infty$ .

Найти  $M(X)$ ,  $D(X)$ .

№3. Непрерывная случайная величина распределена по закону:  $p(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0 \\ \frac{1}{3}e^{-\frac{1}{3}x} & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$

Найти математическое ожидание величины, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

№4. Случайная величина  $X$  имеет плотность вероятностей :  $P(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & x \in [3,5), \\ 0, & x \notin [3,5) \end{cases}$ .

Найти математическое ожидание величины, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

№5. Случайная величина  $X$  имеет плотность вероятностей :  $P(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}, & x \in [2,7), \\ 0, & x \notin [2,7) \end{cases}$

Найдите вероятность попадания случайной величины  $X$  в полуинтервал  $[3,5)$ .

### Контрольные вопросы.

- 1) Укажите отличие между ДСВ и НСВ.
- 2) Плотность вероятности нормального и равномерного распределения НСВ.
- 3) Примеры НСВ.
- 4) Формула дисперсии и математического ожидания НСВ.
- 5) Определение моды и медианы.

Форма отчета: устный зачет.

